1 – Produit scalaire

On considère deux vecteurs $\vec{u} = \begin{vmatrix} Xu \\ Yu \\ Zu \end{vmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ et $\vec{v} = \begin{vmatrix} Xv \\ Yv \\ Zv \end{vmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ exprimés ⚠ dans la **même base** $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$.

Le produit **SCALAIRE** des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le **NOMBRE** :

$$\boxed{N = \vec{u} \cdot \vec{v}}$$

Symbole du produit scalaire

Son calcul peut être fait de différentes façons :

⇒ A partir des composantes :

$$\boxed{N = \vec{u} \cdot \vec{v} = (Xu \times Xv) + (Yu \times Yv) + (Zu \times Zv)}$$

⇒ A partir des normes :

$$\boxed{N = \vec{u} \cdot \vec{v} = \| \vec{u} \| \times \| \vec{v} \| \times \cos(\vec{u},\vec{v})}$$

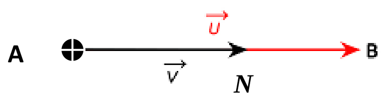
Cas remarquables :

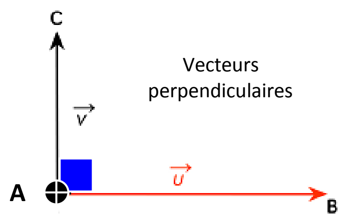
⇒ Vecteurs parallèles : $(\vec{u},\vec{v}) = 0$ ⇨ $\cos(\vec{u},\vec{v}) = 1$ ⇨ $\vec{u} \cdot \vec{v} = \| \vec{u} \| \times \| \vec{v} \|$

⇒ Vecteurs perpendiculaires : $(\vec{u},\vec{v}) = 90°$ ⇨ $\cos(\vec{u},\vec{v}) = 0$ ⇨ $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

⇒ Vecteur(s) nul(s) : $\vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$ ⇨ $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

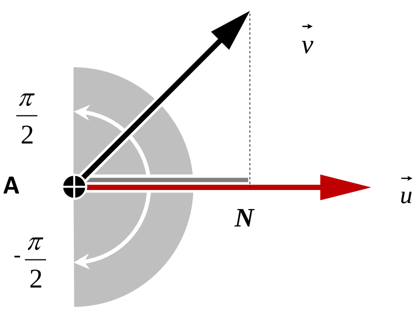
Vecteurs parallèles

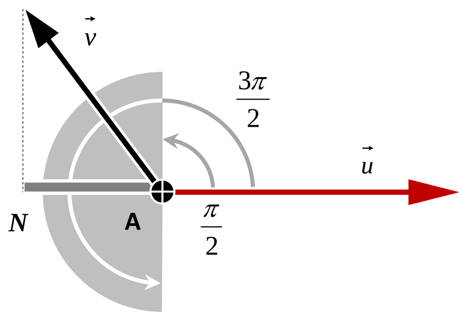




Vecteurs perpendiculaires

A noter : $-\frac{\pi}{2} < (\vec{u},\vec{v}) < \frac{\pi}{2}$ ⇨ $N > 0$ et $\frac{\pi}{2} < (\vec{u},\vec{v}) < \frac{3\pi}{2}$ ⇨ $N < 0$





2 – Produit vectoriel

On considère deux vecteurs $\vec{u} = \left|\begin{matrix} Xu \\ Yu \\ Zu \end{matrix}\right._{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ et $\vec{v} = \left|\begin{matrix} Xv \\ Yv \\ Zv \end{matrix}\right._{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ exprimés dans la **même base** $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$.

Le produit **VECTORIEL** des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le **VECTEUR** : $\boxed{\vec{w} = \vec{u} \wedge \vec{v}}$

Symbole du produit vectoriel

Son calcul peut être fait de différentes façons :

⇒ A partir des composantes :

$$\vec{N} = \vec{u} \wedge \vec{v} = \left|\begin{matrix} (Yu \times Zv) - (Zu \times Yv) \\ (Zu \times Xv) - (Xu \times Zv) \\ (Xu \times Yv) - (Yu \times Xv) \end{matrix}\right.$$

⇒ A partir des normes :

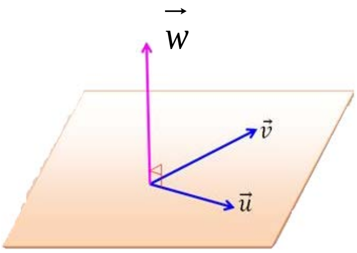
$$\vec{w} = \vec{u} \wedge \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \sin(\vec{u},\vec{v})$$

Cas remarquables :

⇒ Vecteurs parallèles : $\vec{v} = k \cdot \vec{u}$ avec $k \in \Re$ ⇨ $\cos(\vec{u},\vec{v}) = 0$ ⇨ $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0}$

⇒ Vecteur(s) nul(s) : $\vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$ ⇨ $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0}$

A noter : $\vec{w}$ (résultat du produit vectoriel) est perpendiculaire au plan formé par les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.



Le produit vectoriel est **anticommutatif** : $\vec{u} \wedge \vec{v} = -\vec{v} \wedge \vec{u}$.